

# 三车道宏观交通流模型和扰动演化的数值研究<sup>1)</sup>

朱 辉 吴 正<sup>2)</sup> 林展熙

(复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433)

**摘要** 随着城市交通设施的完善, 多车道在城市高速路交通中变得比较普遍. 三车道的出现使车辆变道易于实现, 这就增加了交通问题的复杂性. 采用宏观交通流理论, 建立了一种允许车辆变道的单向三车道连续交通流模型, 以及与之相容的差分离散格式. 数值模拟了初始密度、扰动强度、初始扰动范围等因素对扰动传播和发展演化的影响. 结果显示: 扰动波的传播方向和传播速度主要由初始未扰动车流密度大小决定; 初始扰动范围的大小对扰动波幅值变化的影响比较大; 某一条车道发生的扰动是否会影响其他车道, 则受初始车流密度和扰动强度大小两个条件影响; 在中等密度多车道交通流中, 扰动波的发展过程呈现出复杂的非线性特征, 数值格式的选择比单车道更加困难.

**关键词** 交通流, 三车道, 扰动, 数学模型, 数值模拟

**中图分类号:** U491.112 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2009)01-0041-08

## 引 言

通过数值模拟、数值仿真研究交通流的各种定量和定性规律, 已有 30 多年的历史, Payne 提出的二方程宏观交通流模型和 FREFLO 软件可以看作是其开端<sup>[1]</sup>. 在我国, 吴正首先做了低速混合型城市交通的数学模型和数值模拟研究<sup>[2]</sup>, 后来又将其模型用于高速道路局部拥堵的发展和疏散过程的数值模拟<sup>[3,4]</sup>. 1995 年, Daganzo 指出 Payne 模型存在着“类气体行为”和车辆倒退的缺陷<sup>[5]</sup>. 同时, 王明祺也从交通流的动力分析和交叉口延滞模型两大方面评价交通流理论研究进展和现状, 列举了有关的数学、力学模型, 分析了它们的效用和不足之处<sup>[6]</sup>. 此后, 一些学者针对 Daganzo 指出的不足之处, 对 Payne 模型为代表的二阶各向同性模型进行改进, 提出各种各向异性交通流动力学模型<sup>[7~9]</sup>, 这些模型从数学理论上能够避免车辆倒退的问题.

然而, 上述这些宏观交通流模型大多建立在单车道的假定之上. 随着城市基础建设的不断发展, 交通条件不断得到改善, 我国城市的主干道和城市高架路逐渐实现了单向三车道甚至更多车道, 随着进出高速路匝道的增多和车道数的增多, 也就对交通流模型及仿真研究提出了新的要求. 对于城市

高架路匝道附近的交叉口交通流特性研究, 戴世强等做了详细的综述<sup>[10]</sup>. 多车道并非由几条单车道简单的并列组成, 它增加了一个很明显的问题——车辆的变道. 车道数的增多使扰动更容易发生, 由于存在变道, 使扰动出现后其演变规律与单车道相比变得更为复杂. 因此, 如何模拟多车道交通流以及其中的变道效应, 已成为近年来交通流仿真的一个重要话题<sup>[11~16]</sup>.

黄海军等就单向双车道交通流问题进行了讨论, 提出一种新的宏观流体动力学模型, 能够揭示车流的小扰动失稳和走走停停等非平衡特性<sup>[11~13]</sup>. 雷丽等运用元胞自动机模型研究了高架路主流与匝道交织区的双车道交通流问题, 考虑了变道效应, 得到有关交织区长度的定性和定量结论<sup>[14]</sup>. 祁小卿等将元胞自动机模型应用到三车道交通流研究中去, 采用具有随机性的变道模型, 论证了交通流中存在混沌现象<sup>[15]</sup>. 吴大艳等建立了另一种随机变道的三车道元胞自动机交通流模型, 并获得了一系列数值仿真结果<sup>[16]</sup>. 然而, 目前我们所能看到的研究三车道交通流问题的文章几乎都是从元胞自动机模型出发的, 从宏观动力学模型出发研究存在车辆变道的三车道交通流问题的文献还比较少, 我们认为研究交通问题既应该从微观模型也应该从宏观模型角

2007-04-06 收到第 1 稿, 2008-09-11 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10772050).

2) E-mail: wuzheng@fudan.edu.cn

度, 这样有助于全面地了解三车道交通问题的本质和更好地解决问题. 本文正是基于这样一个角度, 在前人工作的基础上, 建立一种包含变道效应在内的三车道宏观流体动力学模型, 并以此为基础对三车道交通流中扰动的传播和发展规律进行数值仿真和分析.

## 1 三车道交通流模型的建立

从理论上讲, 单向三车道交通流发生扰动的情況可以相当复杂: 各条车道上初始车流密度可以不同; 多个扰动可以互不相关地出现在不同车道上, 或者出现在同一车道的不同位置上; 扰动的强度和初始范围也可能不同, 等等. 本文建模时作了以下简化: (1) 扰动出现前, 3 条车道上初始车流密度相等; (2) 扰动只发生在三车道中一条车道的某一个位置. 在此基础上建立模型方程如下.

### 1.1 车流加速度方程

对单车道交通流的数值仿真发现, 虽然 Payne 模型为代表的各向同性模型存在着“类气体行为”和车辆倒退的缺陷, 但是在扰动传播方向和速度的数值模拟中, 各向同性模型与各向异性模型差异不明显, 并且前者比后者对数值离散方法有更大的适应性<sup>[17]</sup>. 因此, 本文模型中的车流加速度方程仍采用 Payne 模型 (作为对比, 在数值仿真中也采用过一维管流模型等, 为节省篇幅不一列出), 即认为: 交通流中某一密度下的实际车速, 经过一段时间后会趋于平衡速度. 其无量纲形式为

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{a^2}{\rho_i} \frac{\partial \rho_i}{\partial x} = \frac{1}{Tr} (U_{e,i} - u_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

其中  $\rho_i$  (veh/km),  $u_i$  (km/h) 分别为第  $i$  根车道交通流的密度和速度, veh 是 vehicle 的缩写, 表示机动车车辆数,  $t$  (h),  $x$  (km) 分别为时间和空间坐标.  $Tr$  为反应时间,  $a$  为等效音速, 均为常数. 方程 (1) 中平衡函数

$$U_{e,i} = \min\{1, 1.94 - 6\rho_i + 8\rho_i^2 - 3.93\rho_i^3\}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

对比计算时也采用了另外一些平衡函数, 如 KK 函数<sup>[18]</sup>, Lee 函数<sup>[19]</sup>. 在本文中, 无量纲化时采用的特征量为: 特征长度 (即所考虑路段的总长度)  $L = 15$  km, 畅行速度  $u_f = 88.5$  km/h, 堵塞密度  $\rho_j = 143$  veh/km, 特征时间  $T = \frac{L}{u_f}$ .

### 1.2 连续性方程

在多车道的情况下, 相邻车道之间车辆有可能变道, 为模拟这一效应我们在连续性方程中引入源汇项  $S(x, t)$ . 无量纲的连续性方程为

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \rho_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_i \frac{\partial \rho_i}{\partial x} = S_i(x, t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

由于  $S(x, t)$  的存在, 将会使多车道交通流的密度分布与单车道不同, 通过方程 (2) 使得平衡速度也不同, 最后通过方程 (1) 使得速度分布也发生改变.

### 1.3 初始条件提法

本文研究初始时刻在三车道均匀的交通流中, 某一车道的某一位置处受到扰动, 此后三车道交通流的演变规律. 为了方便检验数值模拟过程中车道上车辆数的守恒性, 并且考虑到扰动出现后, 前方密度变低, 后方密度变高的一般规律, 所以采用如下形式的无量纲初始扰动函数

$$\rho(x, 0) = \left. \begin{aligned} &\rho_0 \left[ 1 - \beta \sin \frac{\pi(x - x_0)}{l_0} \right], \quad x_0 - l_0 \leq x \leq x_0 \\ &\rho_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \beta \sin \frac{\pi(x - x_0)}{2l_0} \right], \quad x_0 < x \leq x_0 + 2l_0 \\ &\rho_0, \quad 0 < x < x_0 - l_0, \text{ 或 } x_0 + 2l_0 < x < 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式 (4) 中  $\rho_0$  是初始时刻未扰动车流密度,  $\beta$  为扰动系数, 通过它可以控制扰动的大小. 本文以下讨论中取  $x_0 = 0.3$ , 即扰动发生在离路段起始位置 4.5 km 处;  $l_0 = 0.002k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, 30$ ), 即扰动的初始范围为 90 m, 180 m, 270 m,  $\dots$ , 2700 m.

又假定初始时刻速度与密度之间满足 Green-shields 模型, 无量纲形式为

$$u(x, 0) = 1 - \rho(x, 0) \quad (5)$$

### 1.4 描述车辆变道效应的源汇函数

在黄海军等的双车道模型中, 当扰动超过一定幅度, 相邻车道车流密度差大于一定值, 就可能出现车辆的变道<sup>[11~13]</sup>. 借鉴这一结果, 本文提出如下形式的变道函数

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \alpha \rho_2 u_2, & \text{当 } \rho_1 \leq 0.9\overline{\rho_{12}} \text{ 且 } \rho_2 \geq 1.1\overline{\rho_{12}} \\ S_1 &= -\alpha \rho_1 u_1, & \text{当 } \rho_2 \leq 0.9\overline{\rho_{12}} \text{ 且 } \rho_1 \geq 1.1\overline{\rho_{12}} \\ S_3 &= \alpha \rho_2 u_2, & \text{当 } \rho_3 \leq 0.9\overline{\rho_{23}} \text{ 且 } \rho_2 \geq 1.1\overline{\rho_{23}} \\ S_3 &= -\alpha \rho_3 u_3, & \text{当 } \rho_2 \leq 0.9\overline{\rho_{23}} \text{ 且 } \rho_3 \geq 1.1\overline{\rho_{23}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$S_2 = -(S_1 + S_3) \quad (7)$$

方程 (6),(7) 中,  $\overline{\rho_{12}} = (\rho_1 + \rho_2)/2, \overline{\rho_{23}} = (\rho_2 + \rho_3)/2,$   $\alpha$  取 0.1. 这一变道函数形式, 在大部分密度范围, 能正确反映换道情况, 但不能适用某一车道接近堵塞, 其相邻车道又密度很低的路段.

### 1.5 边界条件

为了让有限长的路段能够模拟实际上更长的道路, 在边界条件上采用一端齐次 Neumann 条件, 另一端循环边界条件. 即扰动波向下游传播时, 当  $t > 0$  时有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_t}{\partial x}(1, t) = \frac{\partial u_i}{\partial x}(1, t) = 0, \\ \rho_i(0, t) = \rho_i(1, t), \quad u_i(0, t) = u_i(1, t), \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

扰动波向上游传播时, 当  $t > 0$  时有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_t}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u_i}{\partial x}(0, t) = 0, \\ \rho_i(1, t) = \rho_i(0, t), \quad u_i(1, t) = u_i(0, t), \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

## 2 数值离散

模型建立后, 在数值模拟前需要对数学模型进行差分离散. 对单车道交通流的数值仿真显示 [14], 已知的差分离散格式如 Payne 格式 [1]、Ou 格式 [20]、Wu 格式 [2], 以及相应于各向异性模型的单侧差分格式 [7] 等, 都具有不同的计算特性, 所以需要根据不同问题的应用而进行仔细选择. 由于从线化稳定性分析角度看, Payne 格式的稳定性范围比较大, 所以本文主要采用这一格式, 其他格式仅在对比计算时才采用. 根据 Payne 格式对 (1),(2),(3) 进行离散后可得 ( $i = 1, 2, 3$ )

$$\rho_{i,j}^{n+1} = \rho_{i,j}^n - u_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x} (\rho_{i,j}^n - \rho_{i,j-1}^n) - \rho_{i,j-1}^n \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) + \Delta t \cdot S_{i,j}^n \quad (10)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - u_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) - \left(\frac{a^2}{\rho}\right)_{i,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x} (\rho_{i,j+1}^n - \rho_{i,j}^n) + \frac{\Delta t}{Tr_i} (Ue_{i,j}^n - u_{i,j}^n) \quad (11)$$

$$Ue_{i,j}^n = \min \{ 1.94 - 6\rho_{i,j}^n + 8(\rho_{i,j}^n)^2 - 3.93(\rho_{i,j}^n)^3, 1 \} \quad (12)$$

其中  $j, n$  分别表示空间步和时间步, 变化范围分别为

$1 \leq j \leq J$  和  $1 \leq n \leq T$ . 离散参数取值为:  $J = 501,$   $T = 10000, Tr_1 = Tr_2 = Tr_3 = 0.02, a = 0.4.$

将式 (10),(11) 线化近似为

$$\rho_{i,j}^{n+1} = \rho_{i,j}^n - u_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} (\rho_{i,j}^n - \rho_{i,j-1}^n) - \rho_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) \quad (13)$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n - u_0 \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) - \frac{a^2}{\rho_0} \frac{\Delta t}{\Delta x} (\rho_{i,j+1}^n - \rho_{i,j}^n) \quad (14)$$

按照 von Neumann 稳定性分析方法得到稳定性范围为

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{u_0}{u_0^2 + a^2 + au_0} \quad (15)$$

表明 Payne 格式在交通畅通和交通拥挤阶段都是有条件稳定的.

由于初始条件 (4),(5), 变道函数 (6),(7), 边界条件 (8),(9) 的差分离散都比较简单, 本文不再一一列出.

## 3 数值模拟结果及分析

我们对初始均匀车流密度 ( $\rho_0 = 0.1, 0.2, \dots, 0.6$ ), 扰动系数 ( $\beta = 0.2, 0.3, 0.4, \dots, 0.8$ ), 扰动出现在第 1 或第 2 车道 (由于对称性, 忽略第 3 车道出现扰动的情况), 以及初始扰动范围大小 ( $k = 2, 3, \dots, 30$ ) 等 4 个因素进行组合, 总共模拟了一千多种不同工况. 根据数值结果进行分析, 得到以下结论:

(1) 首先我们研究某一车道受到扰动时, 会不会影响到与之相邻甚至不相邻的车道. 结果发现, 如果扰动系数非常小, 那么扰动是不会影响其他车道的. 在本文提出的变道函数下, 当初始车流为  $\rho_0 > 0.5$  的高密度状态或  $\rho_0 < 0.2$  的低密度状态时, 只要扰动系数  $\beta \leq 0.7$ , 则扰动只影响相邻车道, 不影响不相邻车道.  $\rho_0 < 0.2$  时扰动向下游传播,  $\rho_0 > 0.5$  时扰动向上游传播, 扰动波的振幅则都有逐渐衰减的趋势 (图 1, 图 2). 在图 1, 图 2 中, 初始扰动都假定发生在第 1 车道, 随着时间的发展, 与之相邻的第 2 车道受到影响而出现了密度的波动, 与之不相邻的第 3 车道则始终保持在初始的均匀密度状态. 如果扰动系数  $\beta > 0.7$ , 即初始扰动相对幅度很大, 那么扰动就会影响到不相邻车道, 从图 3 可以看到这一特点. 在实践中, 密度很低时局部的扰动通常不会对整个交通状况产生大的影响, 在密度很高的重交通中, 由于车辆已经难以实施变道而被迫在原

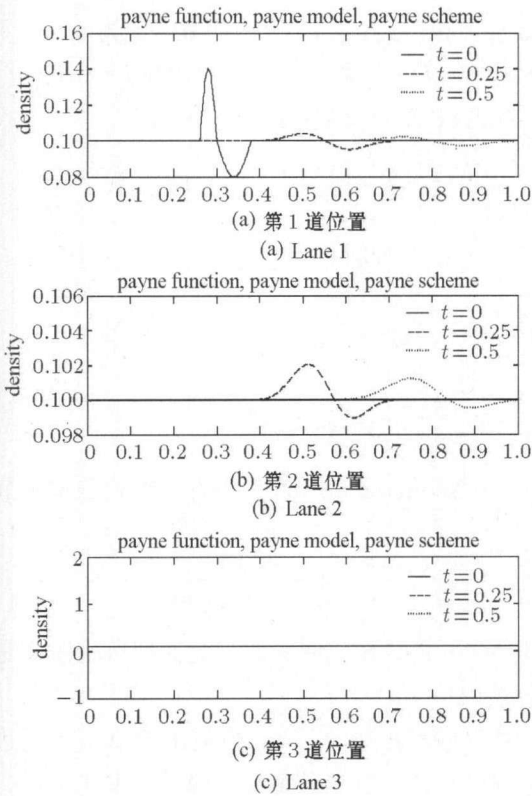


图 1  $\beta = 0.4, \rho_0 = 0.1, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.1 The first lane disturbed

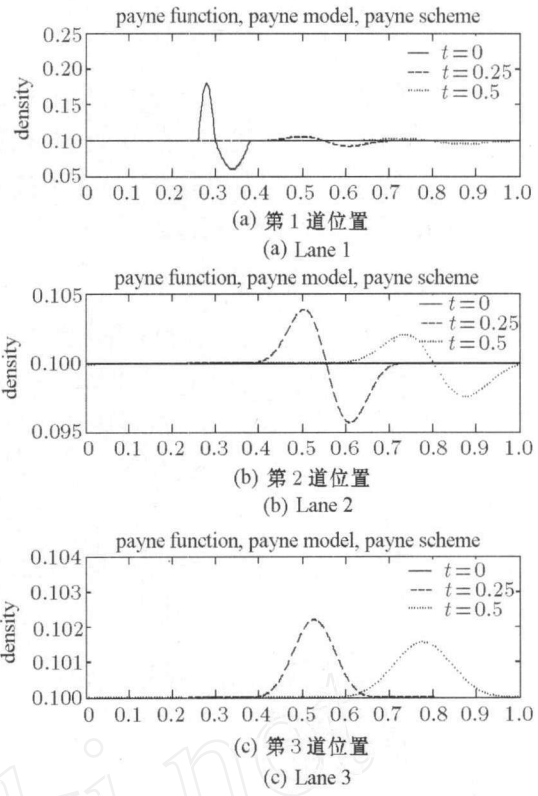


图 3  $\beta = 0.8, \rho_0 = 0.1, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.3 The first lane disturbed

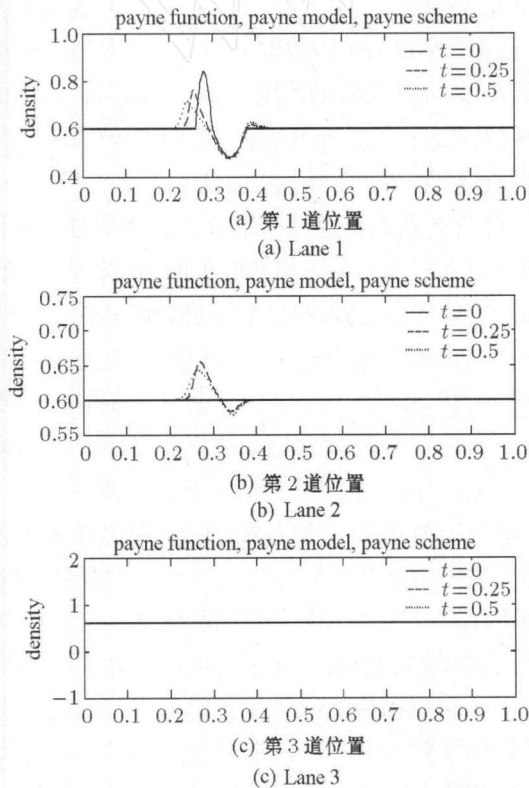


图 2  $\beta = 0.4, \rho_0 = 0.6, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.2 The first lane disturbed

来的车道上缓慢前进，局部扰动也不易扩展到整条道路，所以这一模拟结果比较符合实际情况。

(2) 当初始车流为中等密度 ( $\rho_0 = 0.3$  左右) 时，只要扰动系数大到能对相邻车道产生影响，则除了影响相邻车道外，还一定会影响到不相邻车道。此时，各车道均有扰动幅度先衰减再增长的趋势，扰动波的发展过程比较复杂 (图 4, 图 5)。Kerner 曾指出<sup>[21]</sup>，在这一密度范围里，同一个密度状态，有时车辆可以以自由流的高速行驶，有时车辆只能以拥挤流的低速行驶，用传统的交通流理论很难解释。在单车道数值仿真中也发现<sup>[14]</sup>，用不同的交通流模型，不同的平衡函数，不同的差分格式离散，在这一密度范围里都有可能得到性质完全不同的数值结果，如扰动传播方向向上游或向下游，扰动波的振幅逐渐衰减或逐渐增大甚至数值发散，等等。就数值发散的原因而言，方程右端的自由项 (即平衡函数) 形式是最重要的，Payne 平衡函数 (2) 能够遏制数值发散，其他平衡函数则容易导致数值发散<sup>[22]</sup>。我们对三车道模型，也用 KK 平衡函数<sup>[18]</sup>、Lee 平衡函数<sup>[19]</sup>、Ou 离散格式<sup>[20]</sup>、Wu 离散格式<sup>[2]</sup> 等，分别进行了对比性计算，结果发现从数值稳定性角度看，本文所采用离散模型相对最好，其他离散模型

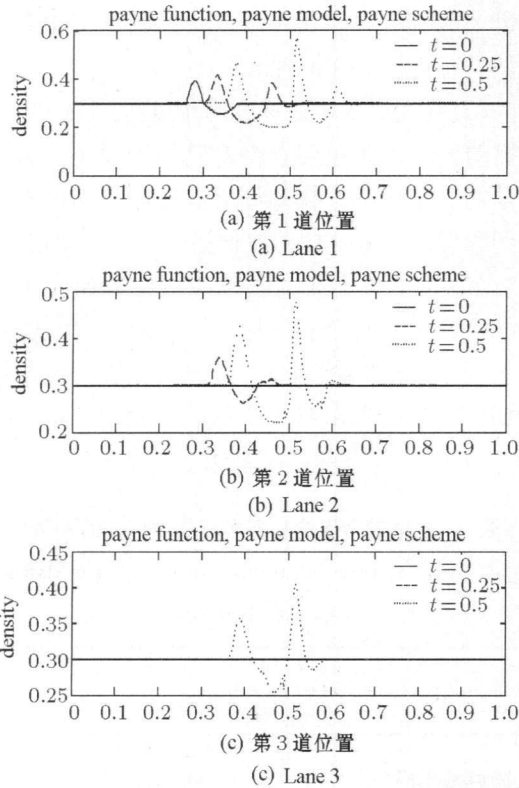


图 4  $\beta = 0.3, \rho_0 = 0.3, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.4 The first lane disturbed

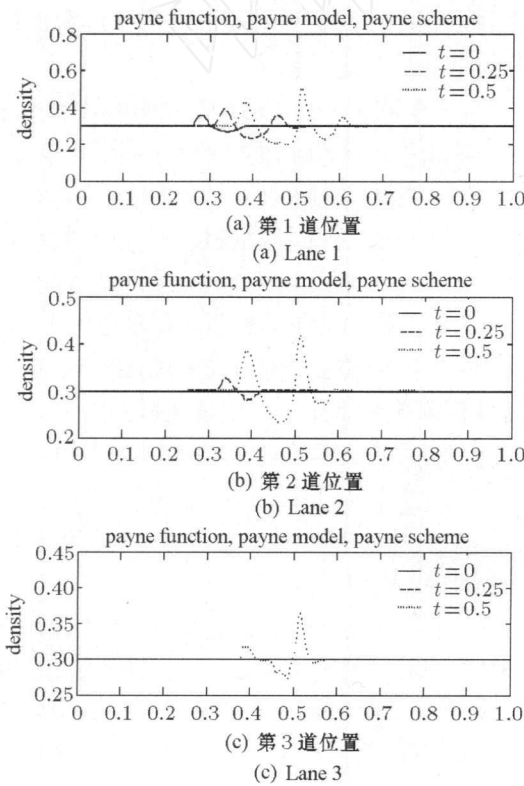


图 5  $\beta = 0.2, \rho_0 = 0.3, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.5 The first lane disturbed

在同样的仿真时间里都出现了数值发散. 图 6 给出了 KK 函数的仿真结果 (其他条件都与图 4 相同), 在无量纲时间超过 0.25 以后, 无量纲密度的最大值大于 1, 表明出现数值发散. 本文数值结果在一定程度上反映了中密度交通的非线性复杂特征, 相比于单车道交通流, 多车道仿真对离散格式选择的困难会更大.

(3) 从扰动幅值变化的角度看, 对其影响最大的是初始扰动范围  $k$ . 当初始车流为低密度或高密度时, 在  $\rho_0$  和  $\beta$  相同的情况下,  $k$  越大, 则扰动幅值的衰减越慢, 也就是扰动影响的时间越长. 从图 7 和图 8 的比较中我们可以很明显地看出这一特征,

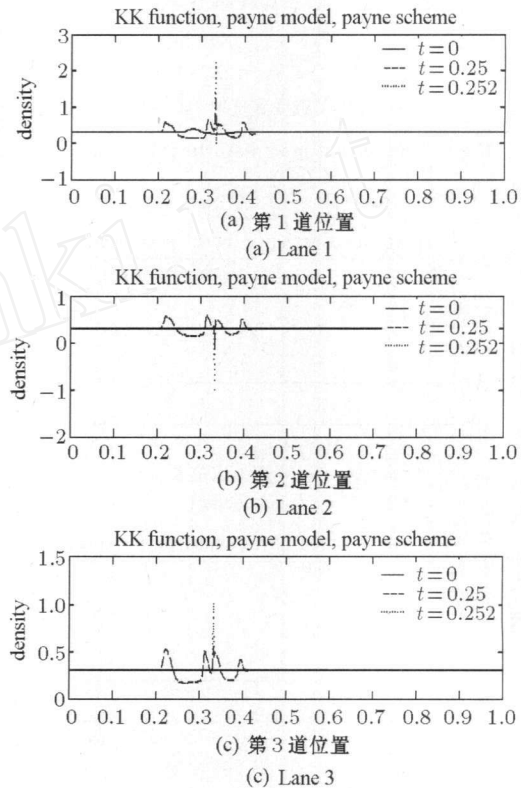


图 6  $\beta = 0.3, \rho_0 = 0.3, k = 20$   
第 1 车道受到扰动

Fig.6 The first lane disturbed

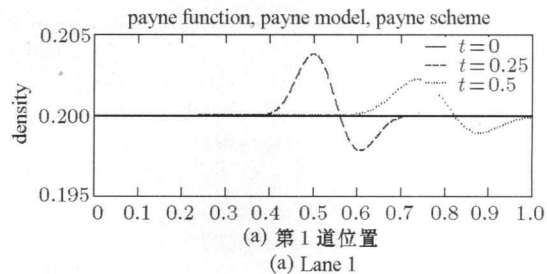


图 7  $\beta = 0.4, \rho_0 = 0.2, k = 20$   
第 2 车道受到扰动

Fig.7 The second lane disturbed

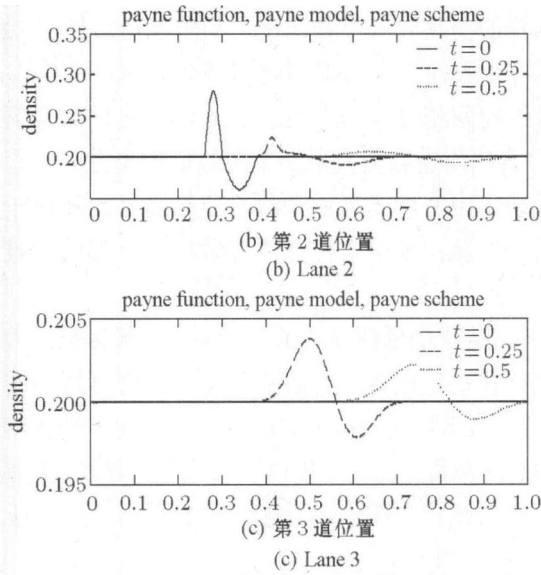


图 7  $\beta = 0.4, \rho_0 = 0.2, k = 20$   
第 2 车道受到扰动 (续)

Fig.7 The second lane disturbed (continued)

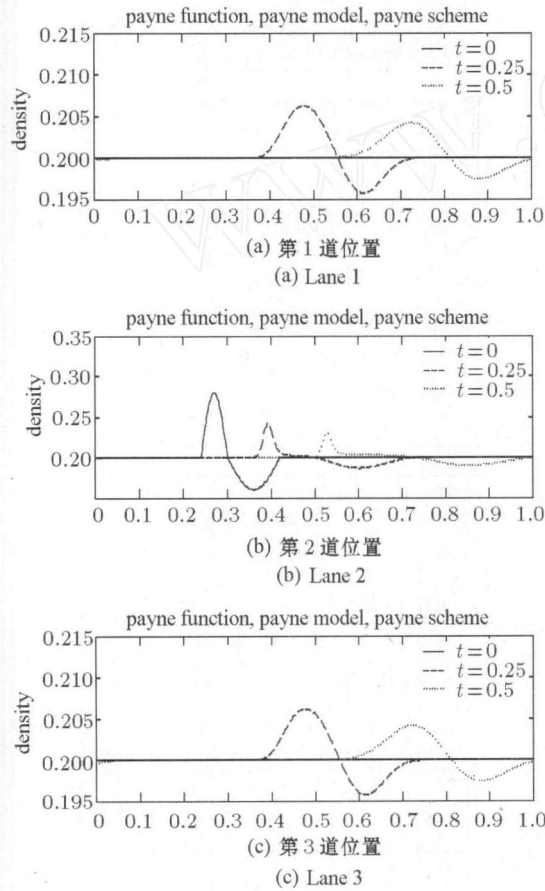


图 8  $\beta = 0.4, \rho_0 = 0.2, k = 30$   
第 2 车道受到扰动

Fig.8 The second lane disturbed

它是与实际交通情况相符的. 另外, 对扰动出现前后三车道不同时刻的车辆密度求和发现, 各个时刻

三车道上的密度之和基本不变, 说明本文建立的数值模型具有良好的守恒性.

(4) 又从扰动波传播速度的角度看, 我们发现  $\beta, k$  和扰动出现的车道位置都对它影响很小, 影响最大的是初始密度  $\rho_0$ . 扰动如果能够影响其他车道, 则受到影响的车道上扰动波传播速度仍主要受  $\rho_0$  控制. 当车流密度较低时, 扰动以较快的速度向下游传播; 随着车流密度的增加, 扰动向下游的传播速度下降; 当车流密度较大时, 扰动转为向上游传播. 下表列出扰动出现在第 1 车道时, 扰动波传播速度  $U_c$  (正、负值分别表示向下游和上游传播).

表 1 扰动的传播速度与车流初始密度的关系

Table 1 The speed of disturbance under different vehicle density

$\rho_0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$U_c / (\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$	81.4	70.3	36.8	8.3	5.3	-6.5	-12.7

这些定量结论与单车道情况差别不大.

### 4 结 语

扰动在多车道交通流中的传播和发展, 是一个比较复杂, 涉及因素很多的问题. 通过本文所建立的数值仿真模型, 我们得到了一些与实际交通情况比较相符的定性和定量结论:

(1) 某一车道发生的扰动是否会影响到其他车道, 受初始车流密度和扰动幅度大小两个因素影响. 非常小的扰动不会影响到其他车道; 当初始车流密度  $\rho_0 > 0.5$  或  $\rho_0 < 0.2$  时, 只要扰动幅度  $\beta \leq 0.7$ , 扰动只影响相邻车道, 不影响不相邻车道; 在  $0.2 < \rho_0 < 0.5$  或  $\beta > 0.7$  时, 扰动会影响到不相邻车道.

(2) 扰动波的传播速度主要由初始车流密度决定, 其他因素影响都很小. 定量上看, 用 Payne 平衡函数得到的数值结果与单车道情况基本相同.

(3) 初始扰动的范围大小对扰动波的幅值变化影响较大, 初始扰动的范围越大, 扰动幅值的衰减就越慢, 扰动影响的时间也就越长.

(4) 在中等密度多车道交通流中, 由于存在变道效应, 扰动波的发展过程更为复杂, 幅值有先衰减再增长的趋势, 不同的平衡函数或差分格式可能得到性质完全不同的数值结果. 从数值稳定性角度看, 本文所采用的离散模型相对最好, 其他离散模型则容易出现数值发散. 相比于单车道交通流, 多车道仿真对离散格式选择的困难会更大.

## 参 考 文 献

- 1 Payne HJ. FREFLO: A macroscopic simulation model of freeway traffic. *Transpn Res R*, 1979, 772: 68~75
- 2 吴正. 低速混合型城市交通的流体力学模型. 力学学报, 1994, 26: 149~157 (Wu Zheng. A fluid dynamics model for the low speed traffic systems. *Acta Mech Sinica*, 1994, 26: 149~157 (in Chinese))
- 3 吴正. 高速交通中堵塞形成阶段的交通流模型. 交通运输工程学报. 2003, 2: 61~64 (Wu Zheng. Traffic flow modeling for jam developing procedure on expressway. *J of Traffic and Transportation Engineering*, 2003, 2: 61~64 (in Chinese))
- 4 汪茂林, 吴正. 高速公路交通事故和干涉车流波的数值模拟. 水动力学研究与进展, 2001, 16: 265~273 (Wang Maolin, Wu Zheng. On the numerical simulation for expressway incident and intervention traffic-flow wave. *J of Hydrodynamics A*, 2001, 16: 265~273 (in Chinese))
- 5 Daganzo CF. Requiem for second-order approximations of traffic flow. *Transpn Res B*, 1995, 29: 277~286
- 6 王明祺. 交通流理论的研究进展. 力学进展, 1995, 25: 343~356 (Wang Mingqi. Progress in the study of traffic flow study. *Advances in Mechanic*, 1995, 25: 343~356 (in Chinese))
- 7 Zhang HM. A nonequilibrium traffic model devoid of gas-like behavior. *Transpn Res B*, 2002, 36: 275~290
- 8 Jiang R, Wu QS, Zhu ZJ. A new continuum model for traffic flow and numerical tests. *Transpn Res B*, 2002, 36: 405~419
- 9 Xue Y, Dai SQ. Continuum traffic model with the consideration of two delay time scales. *Phys Rev E*, 2003, 68: 066123
- 10 戴世强, 雷丽, 董力耘. 高架路匝道附近的交叉口交通流分析. 力学学报, 2003, 35: 513~518 (Dai Shiqiang, Lei Li, Dong Liyun. Analysis of traffic flow at intersections near ramps of overhanging freeways. *Acta Mech Sinica*, 2003, 35: 513~518 (in Chinese))
- 11 Tang TQ, Huang HJ, Wong SC, et al. Lane changing analysis for two-lane traffic flow. *Acta Mech Sinica*, 2007, 23: 49~54
- 12 Huang HJ, Tang TQ, Gao ZY. Continuum modeling for two-lane traffic flow. *Acta Mech Sinica*, 2006, 22: 132~137
- 13 唐铁桥, 黄海军. 两车道交通流的波动分析. 北京航空航天大学学报, 2005, 31: 1121~1124 (Tang Tieqiao, Huang Haijun. Wave properties of a traffic flow model for freeways with two lanes. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2005, 31: 1121~1124 (in Chinese))
- 14 雷丽, 董力耘, 宋涛等. 基于元胞自动机模型的高架路交织区交通流的研究. 物理学报, 2006, 55: 1711~1717 (Lei Li, Dong Liyun, Song Tao, et al. Study on the traffic flow of weaving section in elevated road with cellular automaton model. *Acta Phys Sinica*, 2006, 55: 1711~1717 (in Chinese))
- 15 祁小卿, 贺国光. 应用元胞自动机模型对交通流混沌的研究. 计算机仿真, 2006, 23: 266~268 (Qi Xiaoqing, He Guoguang. Study on chaos in traffic flow based on cellular automata model. *Computer Simulation*, 2006, 23: 266~268 (in Chinese))
- 16 吴大艳, 谭惠丽, 孔令江等. 三车道元胞自动机交通流模型研究. 系统工程学报, 2005, 20: 393~397 (Wu Dayan, Tan Huili, Kong Lingjiang, et al. Study on a three-lane cellular automata traffic flow model. *J of Systems Engineering*, 2005, 20: 393~397 (in Chinese))
- 17 吴正. 关于交通流中扰动传播和发展的数值模拟. 力学学报, 2006, 38: 785~791 (Wu Zheng. On the numerical simulation of perturbations propagation and development in traffic flow. *Acta Mech Sinica*, 2006, 38: 785~791 (in Chinese))
- 18 Kerner BS, Konhauser P. Cluster effect in initially homogeneous traffic flow. *Phys Rev E*, 1993, 48: 2335~2338
- 19 Lee HY, Lee HW, Kim D. Origin of synchronized traffic flow on highways and its dynamic phase transitions. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 1130~1133
- 20 Ou ZH. Equilibrium functions of traffic flow. *Physica A*, 2005, 351: 620~636
- 21 Kerner BS. Synchronized flow as a new traffic phase and related problems for traffic flow modeling. *Math and Comp Modeling*, 2002, 35: 481~508
- 22 许谦, 吴正. 自由项对交通流双曲型方程组数值解影响研究. 水动力学研究与进展 A, 2006, 21: 538~543 (Xu Qian, Wu Zheng. The influence of free term on the numerical solution of nonlinear first order hyperbolic equations. *Journal of Hydrodynamics A*, 2006, 21: 538~543 (in Chinese))

(责任编辑: 王 薇)

## A MACRO TRAFFIC FLOW MODEL WITH THREE LANES AND NUMERICAL STUDY<sup>1)</sup>

Zhu Hui Wu Zheng<sup>2)</sup> Lin Zhanxi

(*Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

**Abstract** With the development of traffic infrastructure, multi lanes become common in city freeways. Because vehicles can change lanes in multi lanes, new traffic problems have appeared. In the present paper, a continuous traffic flow model for the unilateral three lanes systems and its different discretization schemes are developed based on the macro traffic flow theory associated with the lane changing of vehicles. Numerical study on the propagation and development of traffic disturbance is carried out with the different initial vehicle densities, disturbance intensions and disturbance bounds. The results show that the direction and the speed of the disturbance propagation are mainly induced by the initial vehicle density, and the disturbance bound may influence the disturbance wave amplitude, to determine the impact of other lanes. Furthermore, the development of traffic disturbance in multi-lanes systems with middle vehicle density shows to be complex and non-linear, and the choice of numerical schemes with three-lane may be more difficult than those with single lane.

**Key words** traffic flow, three lanes, disturbance, math model, numerical simulation

---

Received 6 April 2007, revised 11 September 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10772050).

2) E-mail: wuzheng@fudan.edu.cn