

DOI: 10.3969/j.issn1000-4874.2014.03.010

# 嘉兴两条城际高速公路车速测量与统计研究\*

许谦<sup>1</sup>, 郭明旻<sup>2</sup>, 吴正<sup>2</sup>

(1. 嘉兴广播电视大学, 浙江 嘉兴 314000, Email: xq32153215@aliyun.com;  
2. 复旦大学力学与工程科学系, 上海 200433)

**摘要:** 该文以嘉兴境内 G15w 常台高速和 G60 沪昆高速各一个路段为对象, 进行了双车道和多车道交通流的实地拍摄、车速数据采集和统计分析。发现高货车比例的城际高速公路交通流与城市快速路存在不同的特征, 客车与货车具有明显的速度分布差异, 总体车辆速度分布呈现双峰特征。提出了一种能够刻画车速分布双峰特征的五参数概率密度函数, 其中参数具有清晰物理意义, 可以根据具体问题中峰值的不同位置、高度、方差进行调节。三个实测样本拟合优化结果显示, 多车道路段两个速度峰值之间的距离比双车道路段更大, 而双休日车速 (尤其是货车速度) 数据的集中程度比普通工作日更高。

**关键词:** 交通工程; 视频检测; 城际高速公路; 车速; 概率密度函数

**中图分类号:** O39, U491.112

**文献标识码:** A

## Speed-measuring and statistical research of vehicles on two intercity highways in Jiaxing

XU Qian<sup>1</sup>, GUO Ming-min<sup>2</sup>, WU Zheng<sup>2</sup>

(1. Jiaxing Radio and TV University, Jiaxing Zhejiang 314000, China;

2. Department of Mechanics and Engineering Science, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** Taking two sections of highway within the borders of Jiaxing from G15w Changzhou-Taizhou Highway and G60 Shanghai-Kunming Highway respectively as subjects, this article researches into the traffic flow on double-lane and multi-lane by field shooting, speed data collecting and statistical analysis. It is discovered that the traffic flow of intercity highway with higher proportion of freight vehicle is different from that of urban expressway. There is obvious difference between the velocity distribution of passenger car and freight vehicle, and the general vehicle velocity distribution reveals the feature of double peak. Based on these discoveries, it is proposed in this article that a five-parameter probability density function which can depict the double peak feature of vehicle velocity distribution. All the parameters have clear physical meaning and can be adjusted according to different position, height and variance of peak value in concrete problems. According to the result of fitting and optimizing three measured samples, distance between two peak values of multi-lane section is larger than that of double-lane section, while the concentrative degree of speed data (especially speed of freight vehicle) in weekend is higher than that of working day.

**Key words:** traffic engineering, video detection, intercity highway, vehicle speed, probability density function

\* 收稿日期: 2013-10-09(2014-02-24 修改稿)

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(11002035)

**作者简介:** 许谦(1957 - ), 男, 浙江绍兴人, 副教授, 学士。

**Received:** October 9, 2013 (**Revised** February 24, 2014)

**Project supported by foundation:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (11002035)

**Biography:** XU Qian (1957-), Male, Associate Professor, Bachelor.

## 引言

嘉兴毗邻上海,位于长江三角洲的中心地带,境内高速公路十分发达,代表着中国公路交通的先进水平。由于嘉兴与上海、杭州和宁波等地均具有一定距离,所以其境内的道路一般又具有远离大城市的城际高速道路特征,最显著的就是存在远高于城市快速路的货车比例,而这种具有高比例货车的混合交通流研究,在国内外文献中都还较少被提及。

视频检测是一种重要的交通流参数检测方法。从交通流视频检测的发展历史看,早期的研究<sup>[1-5]</sup>主要着眼于提取视频中运动的车辆对象,利用视频图像序列进行车辆检测和交通事件监测,包括背景提取、背景更新、目标分割、目标跟踪和阴影去除等技术难点。相应检测工具如法国的 Citilog、美国的 Autoscope 和比利时的 Traficon 等已经得到许多实际应用。近年来,美国联邦公路管理局(FHWA)实施的 NGSIM(the next generation simulation program)项目,把主要目标转向从视频检测中得到车辆轨迹信息<sup>[6]</sup>,其应用则在于通过轨迹信息进一步计算车速、流量、加速度和换道比例等参数,并进行各种深入的统计分析,用于解释交通现象,研究交通管理问题<sup>[7-12]</sup>。NGSIM 项目采用 7 台摄像机同时从不同角度拍摄一个路段(长不到一公里),并且把摄像机架设在上百米的高层建筑里作自上而下接近垂直的拍摄,以保证视频上车辆之间基本没有相互遮挡,也将由于车身高度造成的投影误差控制在极小范围。但是这种拍摄方式难以适用于那些周围没有高层建筑的城际高速路段。

比 NGSIM 项目稍晚,国内也独立提出了一种交通流视频检测方法,在中国四个城市多条城市快速路的应用中获得成功<sup>[13-16]</sup>。本文将这一方法推广到城际高速公路,以 G15w 常台高速嘉兴象贤大桥附近路段和 G60 沪昆高速嘉兴王店休息区附近路段分别作为双车道和多车道城际高速公路的代表,通过长时间定点拍摄交通流录像,然后应用自行开发的软件辅助人工干预方式提取大量的车速数据并进行统计分析。

由于高比例货车的存在,城际高速公路交通流速度分布呈现出显著不同于城市快速路的双峰特征,对具有这种特征的速度概率密度分布函数此前研究也较少,本文提出了一种新的函数形式,并给出了其中参数优化的定量结论。

## 1 测量方法及实测数据

由于道路建设的有关标准规定,除了延伸进入

城市的部分路段之外,城际高速公路两侧上百米范围内都不允许建造高层建筑,因此无法实施类似于 NGSIM 的录像拍摄方案,也无法采用之前在上海、郑州城市高架路沿线的拍摄方式<sup>[16]</sup>,而只能在道路上方具有跨线桥的路段,在跨线桥的某个固定位置架设摄像机进行长时间连续拍摄。在 G60 沪昆高速嘉兴王店休息区南侧和 G15w 常台高速嘉兴象贤大桥路段都具有跨线桥,图 1 显示了这两个路段交通实况录像截图,拍摄时间分别是 2011 年 7 月 26 日(星期二)下午、2012 年 3 月 28 日(星期三)上午(w-1)和 2012 年 9 月 8 日(星期六)上午(w-2),一共组成了三个实测样本。



(a) G60 沪昆高速录像截图



(b) G15w 常台高速录像截图

图 1 交通流录像拍摄示意图

Fig.1. Sketch of taking traffic video

本文仍采用之前在城市快速路交通流实测研究中提出的基本方法<sup>[14-16]</sup>,将录像资料按设定的时间间隔(本文中,G60 的间隔为 0.5 s,G15w 的间隔为 1 s)截取成图像序列,然后用自行开发的数据采集软件并辅助人工干预技术,以截图画面上固定的分道线标志为参考系,确定各个车道上车辆的位置,进而计算出车辆速度。在城市快速路测量中,一般每幅截图只选择两辆车作为代表提取数据,得到一个“速度-车头间距”数据对。由于城际高速公路车速更高,车头间距更大,相互之间遮挡更少,所以把每幅截图上全部车辆都提取了,增加了总体所得数据,并且有利于克服数据的代表性误差<sup>[14,16]</sup>。由于城际高速公路存在较高比例的货车,所以数据提取是分成客车、货车两个车种分别进行的,所得数据根据不同需要可以分车种统计,也可以合并统计。表 1 给出了三个样本实测速度数据分布,一共有 22691 个数据,其中同一辆车可能连续出现在几幅截图上,测得的速度会具有一定差异,

表 1 嘉兴两条城际高速公路实测车速频数/频率分布  
Table 1. Measuring speed frequency from two intercity highways of Jiaxing

车速 (m/s)	G60		G15w-1		G15w-2	
	频数	频率 (%)	频数	频率 (%)	频数	频率 (%)
12-13	145	0.8528	2	0.0732	1	0.0338
13-14	198	1.1646	6	0.2197	4	0.1352
14-15	286	1.6822	21	0.7689	9	0.3043
15-16	353	2.0762	36	1.3182	23	0.7776
16-17	464	2.7291	55	2.0139	33	1.1156
17-18	558	3.2820	63	2.3068	65	2.1974
18-19	658	3.8701	93	3.4053	80	2.7045
19-20	679	3.9936	127	4.6503	110	3.7187
20-21	741	4.3583	147	5.3826	151	5.1048
21-22	672	3.9524	171	6.2614	168	5.6795
22-23	674	3.9642	187	6.8473	197	6.6599
23-24	718	4.2230	184	6.7374	180	6.0852
24-25	769	4.5230	186	6.8107	217	7.3360
25-26	802	4.7171	193	7.0670	200	6.7613
26-27	874	5.1406	155	5.6756	214	7.2346
27-28	931	5.4758	191	6.9938	252	8.5193
28-29	1008	5.9287	194	7.1036	222	7.5051
29-30	1016	5.9758	151	5.5291	221	7.4713
30-31	1064	6.2581	143	5.2362	171	5.7809
31-32	1039	6.1110	123	4.5038	145	4.9020
32-33	858	5.0464	85	3.1124	92	3.1102
33-34	656	3.8584	70	2.5632	76	2.5693
34-35	495	2.9114	61	2.2336	55	1.8594
35-36	405	2.3821	32	1.1717	33	1.1156
36-37	307	1.8057	30	1.0984	18	0.6085
37-38	252	1.4822	13	0.4760	12	0.4057
38-39	214	1.2587	6	0.2197	8	0.2704
39-40	166	0.9764	6	0.2197	1	0.0338
总计	17002		2731		2958	

未做平均处理。图 2 是相应的概率密度分布曲线, 图中横坐标为车速 (m/s), 纵坐标为概率密度。

## 2 统计分析与概率密度函数

从图 2 中可以看到, 无论是四车道的 G60, 还

是双车道的 G15w, 后者还包括普通工作日和双休日两种不同情况, 实测得到的总体车速概率密度曲线都具有两个峰的特征。之前在城市快速路的类似研究中, 发现同一路段测得的总体车速数据都具有单一峰值, 其概率密度能接受正态分布假设<sup>[16]</sup>, 这一结论在城际高速公路上不再成立。究其原因, 是因为在城市快速路上通行的车辆一般以客车居多,

即车辆结构组成上具有某种同一性，反映在车速概率密度分布曲线上就呈现出单峰特征；而在城际高速公路上有高比例货车的存在，其车辆性能和承担功能与客车有显著不同，因此在高速公路上的行为也会有显著差异。这种由于两种性能和功能都不同的车辆所形成的“二元”系统在通行中显示出来的各自不同的性质就形成了所谓的双峰特征。以 G60 的样本为例来说明这一点。

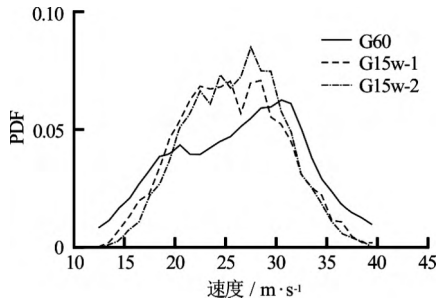


图 2 车速的概率密度函数曲线  
Fig.2. Probability density function (PDF) of speed

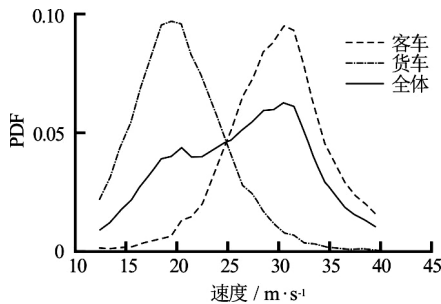


图 3 G60 分车种车速概率密度函数曲线  
Fig.3. PDF of speed for cars, trucks and total vehicles in G60

在 G60 样本中，总共有 17002 个实测数据，客车和货车分别有 10695 个和 6307 个数据，它们的平均速度分别为 29.77 m/s 和 20.44 m/s，差异非常明显。进一步从两个车种分别的数据中可以看到，它们各自的概率密度曲线（图 3）都具有明显的单峰形态，与城市快速路很接近，仍然可以接受正态分布假设。但当把它们合并统计时，则出现了双峰特征。这一结论在 G15w 的两个样本中也同样成立。

因此，有必要研究能够刻画这种双峰特征的概率密度函数，且不仅要有两个可以变化位置的峰值，而且两个峰值的高度、方差也都需要根据具体问题进行调整。蒋仁言<sup>[17]</sup>曾提出过如下形式可有双峰形状的概率密度函数：

$$f(x) = \frac{(x - \mu_1)^2 + a^2}{\sqrt{2\pi\beta[\beta^2 + (\mu_2 - \mu_1)^2 + a^2]}} e^{-(x - \mu_2)^2 / 2\beta^2}, \quad -\infty < x < \infty \quad (1)$$

式中含有  $a^2$ 、 $\mu_1$ 、 $\mu_2$  和  $\beta$  四个可调节的参数，在

这些参数满足一定条件时能够出现双峰形状。本文认为式（1）中参数的实际意义不够明确，在实际使用中参数优化的困难比较大，所以提出了如下新的概率密度函数形式：

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \{ \alpha k_1 \operatorname{sech}[k_1(x - x_1)] + (1 - \alpha) k_2 \operatorname{sech}[k_2(x - x_2)] \}, \quad -\infty < x < \infty \quad (2)$$

式中包含五个自由参数： $\alpha$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $x_1$  和  $x_2$ ，其中  $x_1$  和  $x_2$  主要由两个峰值的位置所决定，其他三个参数则与峰值的高度、方差等有关，即  $\alpha \in [0, 1]$ ， $k_{1,2} > 0$ 。

根据式（2），显然有  $f(x) > 0$ 。概率密度函数则应该满足：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (3)$$

因为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech}[k(x - x_0)] dx = \frac{\pi}{k} \quad (4)$$

所以

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{\pi} \left[ \alpha k_1 \frac{\pi}{k_1} + (1 - \alpha) k_2 \frac{\pi}{k_2} \right] = 1 \quad (5)$$

上式即能满足式（3），又有  $\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \operatorname{sech}(kx) dx = 0$ ，所以式（2）的数学期望可表示为：

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = \frac{1}{\pi} \left[ \alpha k_1 \frac{\pi}{k_1} x_1 + (1 - \alpha) k_2 \frac{\pi}{k_2} x_2 \right] = \alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \quad (6)$$

式（6）的物理意义很明确：如果  $x_1$  和  $x_2$  分别表示货车和客车平均速度，并且货车比例为  $\alpha$ ，那么  $\mu$  就表示合并后车流的平均速度。下文将以前面三个样本为例，通过与实测数据的拟合，获得五个自由参数优化值，并将优化后的曲线与实测曲线做比较，说明在实际问题中如何应用这种概率密度函数。

### 3 参数优化及拟合结果

在式（2）中，需要优化的参数一共有  $\alpha$ 、 $k_1$ 、

$k_2$ 、 $x_1$  和  $x_2$  五个。为了进行参数优化, 首先利用表 1, 将每个样本中的各个速度区间中值和相对应的频率数据分别记为  $x_i (i=1, 2, \dots, N)$  和  $f_i (i=1, 2, \dots, N)$  ( $N=28$ ), 然后根据式 (2) 计算得到相应的  $f(x_i)$ 。因此, 可以构造出如下形式的泛函:

$$J(\alpha, k_1, k_2, x_1, x_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{f_i}{f(x_i)} - 1 \right]^2 \quad (7)$$

由于优化的目标是在参数  $\alpha$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $x_1$  和  $x_2$  构成的五维空间的某个合理子空间内, 所以可先找到一个点  $\{\alpha^*, k_1^*, k_2^*, x_1^*, x_2^*\}$ , 使得  $J(\alpha^*, k_1^*, k_2^*, x_1^*, x_2^*)$  达到最小值。

在本文三个样本的参数优化中, 确定的取值范围为

$$\{\alpha, k_1, k_2, x_1, x_2\} \in \{[0, 1], [0, 1], [0, 1], [12, 40], [12, 40]\} \quad (8)$$

每一个参数在此范围内等分成 1000 个点取值进行计算, 结果可得:

$$\{\alpha^*, k_1^*, k_2^*, x_1^*, x_2^*\}_1 = \{0.313, 0.316, 0.257, 19.34, 29.62\} \quad (9a)$$

$$\{\alpha^*, k_1^*, k_2^*, x_1^*, x_2^*\}_2 = \{0.526, 0.380, 0.378, 22.09, 29.36\} \quad (9b)$$

$$\{\alpha^*, k_1^*, k_2^*, x_1^*, x_2^*\}_3 = \{0.342, 0.522, 0.400, 21.43, 28.40\} \quad (9c)$$

式中下标 1、2 和 3 分别表示 G60、G15w-1 和 G15w-2 三个样本。从结果可看出, 双峰形状的概率密度函数的实际交通意义是能够较好地描述如城际高速公路上由不同性能和功能的车辆集合所形成的系统的交通特征。至于四车道的 G60 路段, 两个峰值之间距离比双车道的 G15w 更大, 其原因也是显而易见的: 即四车道高速路和双车道高速路相比, 由于交通规范和驾驶习惯等因素导致货车和客车的分道行驶的程度显然要高, 使得两者不易彼此相混进而相扰, 因而表示它们各自不同交通特征的峰值位置也就相距较远; 而双休日的 G15w-2 样本, 两个  $k$  值, 尤其是表征货车数据集中程度的  $k_1$  值, 也比普通工作日更大, 但这个结论是否具有一般性还有待于进一步研究。

图 4 给出了三个样本参数优化后的拟合结果, 其中虚线为实测数据, 实线为拟合数据, 可以看出两者较为吻合。

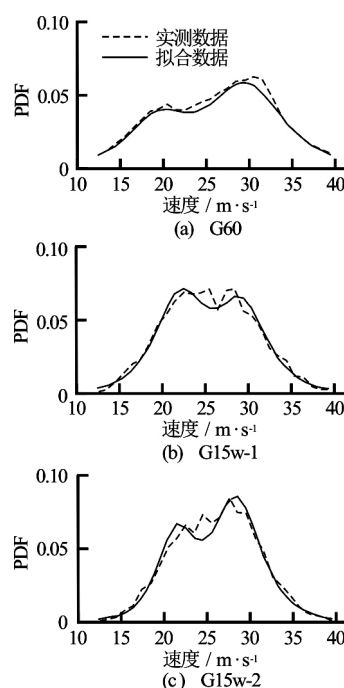


图 4 概率密度函数参数优化后拟合结果  
Fig.4. Results of fitting after optimizing the probability density function (PDF)

作为对比, 对式 (1) 也进行了类似的参数优化。在式 (1) 中, 需要优化的参数一共有四个, 所以优化的目标泛函定义为:

$$J(a^2, \mu_1, \mu_2, \beta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{f_i}{g(x_i)} - 1 \right]^2 \quad (10)$$

仍利用表 1 的三个样本数据, 得到优化的参数为:

$$\{a^{2*}, \mu_1^*, \mu_2^*, \beta^*\}_1 = \{31.3, 24.76, 25.63, 5.0\} \quad (11a)$$

$$\{a^{2*}, \mu_1^*, \mu_2^*, \beta^*\}_2 = \{35.4, 26.94, 26.12, 4.1\} \quad (11b)$$

$$\{a^{2*}, \mu_1^*, \mu_2^*, \beta^*\}_3 = \{35.8, 26.55, 26.22, 3.8\} \quad (11c)$$

式中下标 1、2 和 3 分别表示 G60、G15w-1 和 G15w-2 三个样本。可以看到, 其中优化得到的  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  值, 它们并不接近两个峰值位置, 而总是在总体平均速度附近, 这与式 (2) 中的  $x_1$  和  $x_2$  不同, 所以物理意义显得不够清晰。

图 5 给出了三个样本两种概率密度函数参数优化后的拟合结果比较, 其中实线为实测数据, 虚线为式 (2) 拟合数据, 点实线为式 (1) 拟合数据。

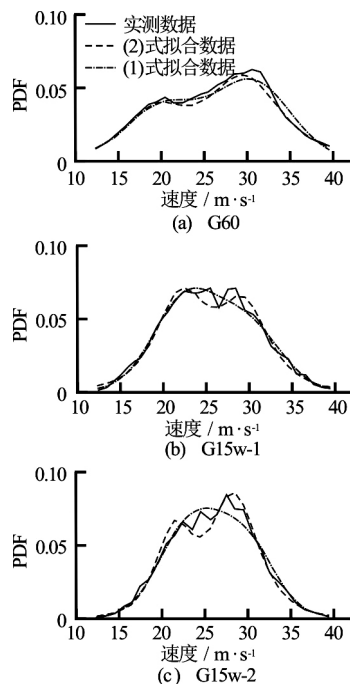


图 5 两种概率密度函数参数优化后拟合结果比较

Fig.5. Comparison between the optimizing and fitting results of two PDFs

表 2 两种概率密度函数拟合误差比较

Table 2. Comparison between the fitting errors of two PDFs

公式	G60	G15w-1	G15w-2
(1)	0.0123	0.0367	0.0412
(2)	0.0054	0.0593	0.0708

表 2 则给出了在优化参数下两种函数拟合误差的比较。从拟合误差角度看, 式 (2) 和式 (1) 对不同样本各有优势: 在双峰特征比较清晰的 G60 样本中, 式 (2) 的拟合误差较小; 而在双峰特征不很清晰的两个 G15w 样本中, 则式 (1) 的拟合误差更小。总体而言, 两个函数的拟合误差都不大, 差异也比较小。但从图 5 中可以看出, 式 (1) 对后两个样本的拟合曲线实际上没有双峰特征, 因为优化得到的参数已经不能满足其出现双峰的条件, 但式 (2) 的拟合结果仍然有明显的双峰特征, 这是两个函数的不同之处。

## 4 结论

本文以 G15w 常台高速嘉兴象贤大桥附近路段和 G60 沪昆高速嘉兴王店休息区附近路段分别作为双车道和多车道城际高速公路的代表, 通过实地拍摄、数据采集和函数分析, 得到以下主要结论:

(1) 高货车比例的城际高速公路交通流与城市快速路存在不同的特征, 客车与货车具有明显不同

的行为, 因而从全部车辆速度概率分布图上看呈现双峰特征, 一般不符合正态分布的假设。

(2) 提出了一种能够刻画车速分布双峰特征的五参数概率密度函数, 其中参数可以根据具体问题中两个峰值的不同位置、高度及方差进行调节, 比文献[17]给出的类似分布函数物理意义更加清晰。

(3) 从本文三个实测速度样本的拟合优化结果看, 多车道路段两个速度峰值之间的距离比双车道路段更大, 而双休日车速 (尤其是货车速度) 数据的集中程度比普通工作日更高。

在本文的研究过程中, 还得到了这两条城际高速公路车流密度、流量和加速度等大量其他实测数据, 正在作进一步分析研究及应用。

## 参 考 文 献:

- [1] MICHALOPOULOS P G. Vehicle detection video through image processing: The autoscope system[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1991, 40(1): 21-29.
- [2] HOOSE N. Impacts: An image analysis tool for motorway surveillance[J]. Traffic Engineering and Control, 1992, 33(3): 140-147.
- [3] KOLLER D, DANILIDIS K, THORHALLSON T, et al. Model-based object tracking in traffic scenes[J]. Lecture Notes in Computer Science, 1992, 588: 437-452.
- [4] COIFMAN B, BEYMER D, McLAUCHLAN P, et al. A real-time computer vision system for vehicle tracking and traffic surveillance[J]. Transportation Research Part C, 1998, 6: 271-288.
- [5] PRATI A, MICKI I, GRANA C, et al. Shadow detection algorithms for traffic flow analysis a comparative study[C]. Proceedings of IEEE Intelligent Transportation System Conference, Oakland, USA, 2001.
- [6] Cambridge Systematics. NGSIM BHL data analysis, summary report[R]. Federal Highway Administration, Cambridge, USA, 2004.
- [7] CHIABAUT N, BUISSON C, LECLERCQ L. Fundamental diagram estimation through passing rate measurements in congestion[J]. IEEE Transaction on Intelligent Transportation System, 2009, 10(2): 355-359.
- [8] CHIABAUT N, LECLERCQ L, BUISSON C. From heterogeneous drivers to macroscopic patterns in congestion[J]. Transportation Research Part B, 2010, 44(2): 299-308.
- [9] MORIDPOUR S, ROSE G, SARVI M. Effect of surrounding traffic characteristics on lane changing behavior[J]. Journal of Transportation Engineering, 2010,

- 136(11): 973-985.
- [10] MORIDPOUR S, ROSE G, SARVI M, et al. Influence of the surrounding traffic characteristics on lane changing decision of heavy vehicle drivers[J]. Road and Transport Research, 2012, 21(3): 19-33.
- [11] MORIDPOUR S, SARVI M, ROSE G. Lane changing models-a critical review[J]. Transportation Letters: The International Journal of Transportation Research, 2010, 2(3): 157-173.
- [12] AGHABAYK K, SARVI M, YOUNG W. Understanding the dynamics of heavy vehicle interactions in car-following[J]. Journal of Transportation Engineering, 2012, 138(12): 1468-1475.
- [13] 吴正, 朱辉, 贾楠. 基于快速路交通录像的交通流模型参数测量方法研究[J]. 复旦学报(自然科学版), 2008, 47(1): 147-152.
- WU Zheng, ZHU Hui, JIA Nan. Measuring method study of the traffic flow model parameters based on video recording of expressway traffic[J]. Journal of Fudan University (Natural Science), 2008, 47(2): 147-152.
- [14] 林展熙, 吴正, 杨朝晖, 等. 基于上海延安高架录像资料的交通流实测研究[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2010, 25(5): 683-693.
- LIN Zhan-xi, WU Zheng, YANG Chao-hui, et al. A study on traffic flow models based on measure video of Yanan expressway of Shanghai[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2010, 25(5): 683-693.
- [15] ZHENG X, WU Z, XU S, et al. Video-based measurement and data analysis on traffic flow of urban expressway[J]. Acta Mechanica Sinica, 2011, 27(3): 346-353.
- [16] 吴胜春, 郑贤清, 郭明旻, 等. 国内典型大城市快速路交通流实测[J]. 中国科学(物理学, 力学, 天文学), 2011, 41: 791-800.
- WU Sheng-chun, ZHENG Xian-qing, GUO Ming-min, et al. Survey report on urban freeway traffic flow of several typical cities in China[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanics and Astronomica), 2011, 41: 791-800.
- [17] 蒋仁言. 一种可有双峰形状的概率密度函数[J]. 长沙交通学院学报, 1997, 13(1): 1-8.
- JIANG Ren-yan. One new probability density function with bimodal shape[J]. Journal of Changsha Communications University, 1997, 13(1): 1-8.